

ANALISIS MATEMATIKA PADA PENYEBARAN VIRUS NIPAH (NiV) DENGAN MENGGUNAKAN KENDALI OPTIMAL METODE *Pontryagin Maximum Principle* (PMP)

Sitti Rosnafi'an Sumardi¹, Cecilia Bintang Girik Allo², Winda Ade Fitriya B³, Nicea Roona Paranoan⁴

¹Universitas Cenderawasih, Jayapura, Indonesia

^{2,3,4}Universitas Cenderawasih, Jayapura, Indonesia
rosnafian@gmail.com

Abstract: *Nipah virus (NiV) is a virus that can be transmitted. This journal discusses the use of optimal control strategies to minimize populations or individuals infected with the NiV virus. We developed a mathematical model for the spread of Nipah vision (NiV) with two control strategies, namely community awareness and treatment. The aim of this study is to minimize the number of infected individuals and to reduce the costs required to create awareness and treatment at set time intervals. To achieve this goal the authors use the Pontryagin Maximum Principle (PMP) method. To see the effectiveness of using the optimal control strategy, the authors use the Runge Kutta Order 4 method (RK 4: Forward & Backward). The results of the simulation show that using two controls (public awareness and treatment) can optimally reduce the number of individuals infected with Nipah virus (NiV).*

Keywords: *Optimal Control, Infectious Diseases, Nipah Virus, PMP, Runge Kutta Order 4*

Abstrak: Virus Nipah (NiV) merupakan salah satu virus yang dapat menular. Pada jurna ini membahas penggunaan strategi control oprimal untuk meminimalisir populasi atau individu yang terjangkit virus NiV. Kami mengembangkan model matematika penyebaran visu Nipah (NiV) dengan dua strategi pengendalian yaitu kesadaran masyarakat dan pengobatan. Tujuan dari penelitian ini adalah meminimalkan jumlah individu yang terinfeksi dan untuk mengurangi biaya yang diperlukan untuk menciptakan kesadaran dan pengobatan pada interval waktu yang ditentukan. Untuk mencapai tujuan tersebut penulis menggunakan metode *Pontryagin Maximum Principle* (PMP). Untuk melihat efektifitas penggunaan dia strategi control optimal tersebut, penulis menggunakan metode Runge Kutta Orde 4 (RK 4: *Forwad & Backward*). Hasil dari simulasi tersebut menunjukkan dengan menggunakan dua pengendalian (Kesadaran masyarat dan pengobatan) secara optimal dapat menurunkan jumlah individu yang terinfeksi virus Nipah (NiV).

Kata kunci: Kontrol Optimal, Penyakit menular, Virus Nipah, PMP, Runge Kutta Orde 4

Pendahuluan

Seiring dengan perkembangan zaman, ilmu matematika dapat diterapkan keberbagai disiplin ilmu diantaranya fisika, teknik dan biologi. Dari fenomena yang terdapat dalam kehidupan sehari-hari dapat kita teliti dan dapt dia analisis dengan menggunakan berbagai macam sudutpandang, salah satunya peristiwa yang ada dapat dipandang dalam bentuk model matematika. Pemodelan matematika telah menjadi alat penting untuk menganalisa penyebaran serta pengendalian penyakit menular dan untuk mengukur efek strategi yang berbeda untuk mengendalikan penyebaran penyakit menular dalam populasi. Dalam beberapa tahun terakhir pemodelan epidemiologis penularan penyakit menular telah memiliki pengaruh yang meningkat terhadap teori dan praktik pengelolaan dan pengendalian penyakit (Chong, H.T et all, 2008).

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakann untuk mengetahui seberapa efektif control yang telah diterapkan dalam model matematika, diantaranya yaitu *Pontryagin Maximum Principle* (PMP) (Pontryagin, 1962) memungkinkan perhitungan kontrol optimal untuk sistem

persamaan diferensial biasa dengan batasan yang diberikan. Selain itu juga terdapat metode Linear Quadratic Regulator (LQR). Pada jurnal ini menggunakan metode *Pontryagin Maximum Principle* (PMP). sebagai strategi pengendalian optimal yang bertujuan untuk meminimalkan individu yang terinfeksi dan memaksimalkan jumlah total individu yang dipulihkan. Diantara berbagai jenis virus yang ada, pada makalah ini akan membahas khusus mengenai virus Nipah. Virus Nipah, anggota genus Henipavirus, kelas virus baru di keluarga Paramyxoviridae, virus ini menarik perhatian sebagai virus zoonosis yang muncul di wilayah Asia Selatan dan Asia Tenggara (WHO, 2008). Virus Nipah ini menjadi merupakan salah penyakit menular yang menjadi salah satu ancaman kesehatan masyarakat yang paling mengkhawatirkan terutama karena wabah periodik dan tingginya angka kematian (National Guideline, 2011).

Virus Nipah adalah virus zoonosis dan ditransmisikan terlebih dahulu dari hewan ke manusia. Seiring dengan perkembangan dari virus tersebut, setelah ditransmisikan ke manusia maka virus terbut dapat ditularkan dari manusia ke manusia oleh kontak langsung dengan yang terinfeksi. Meskipun mekanisme penularan penyakit ini belum banyak diungkap, tetapi kelelawar diduga merupakan reservoir yang baik bagi penularan virus Nipah (WANG et al., 2000). Pada penelitian Chong, H.T., Hossain, M.J. and Tan, C.T. (2008) membahas tentang model matematika virus Nipah secara Umum, Berbeda dengan penelitian tersebut, pada penelitian ini penulis menambahkan penerapan pengendalian optimal terhadap model dinamik infeksi Virus Nipah (NiV) dan kemungkinan strategi pengendalian dan pencegahannya dengan bantuan teknik pengendalian yang optimal. Penelitian tentang virus nipah baru-baru ini telah diteliti oleh ilmayasita (2002), pada jurnal tersebut membahas model matematika penyebaran virus Nipah (NiV) dengan kontrol optimal menggunakan 3 strategi kontrol yakni kesadaran masyarakat, treatment, dan karantina. Berbeda dengan jurnal tersebut, pada jurnal ini menggunakan dua stategi pengendalian virus Nipah yakni kepedulian masyarakat dan pengobatan.

Metode

Infeksi virus Nipah adalah virus zoonosis dan ditransmisikan terlebih dahulu dari hewan ke manusia. Setelah itu telah ditransmisikan ke manusia, maka terus ditularkan melalui manusia ke manusia (H2H) oleh kontak dekat individu yang terinfeksi karena sangat infektivitasnya. Mari kita anggap bahwa $S(t)$, $I(t)$ dan $R(t)$ menunjukkan jumlah individu dalam kelas yang rentan, menular dan pulih pada waktu t masing-masing. Jumlah populasi pada waktu t diwakili oleh $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$. Pada jurnal (National Guideline, 2011) yang dibahas menganggap sistem persamaan diferensial nonlinier berikut ini adalah sejenis model penyakit SIR standar, untuk menggambarkan dinamika infeksi Virus Nipah (NiV) di masyarakat. model matematika sebelum adanya kontrol adalah sebagai berikut :

$$S'(t) = \nu N(t) - \beta S(t)I(t) - \mu S(t),$$

$$I'(t) = \beta S(t)I(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I(t),$$

$$R'(t) = \gamma I(t) - \mu R(t),$$

$$N'(t) = \nu N(t) - \alpha I(t) - \mu N(t).$$

Dengan kondisi awal,

$$S(0) = S_0 \geq 0, \quad I(0) = I_0 \geq 0, \quad R(0) = R_0 \geq 0, \quad N(0) = N_0.$$

Dimana parameter β mewakili tingkat efektifitas kontak / interaksi antar kontak, ν adalah tingkat kelahiran alami, μ adalah tingkat kematian alami, γ adalah tingkat pemulihan dan α mewakili tingkat kematian akibat penyakit (National Guideline, 2011).

Untuk mengendalikan penyebaran virus Nipah, pada jurnal ini menggunakan dua strategi pengendalian virus NiV yaitu menciptakan kepedulian (u_1) di antara masyarakat tentang resiko sebelum terjangkit wabah penyakit NiV, dan pengobatan (u_2). Pada jurnal ini kontrol $u_1(t)$ mengukur upaya yang dibutuhkan untuk meningkatkan kesadaran masyarakat akan bahaya virus NiV yang menghasilkan pengurangan tingkat transmisi (β), kontrol $u_2(t)$ mengukur upaya yang diperlukan untuk memberikan perawatan kesehatan bagi orang yang terinfeksi untuk mengurangi orang yang terinfeksi.

Dengan demikian, model matematika untuk pendalian virus NiV dengan menggunakan dua strategi kontrol dapat dituliskan sebagai berikut :

$$S'(t) = \nu N(t) - \beta S(t)I(t) - (\mu + u_1)S(t),$$

$$I'(t) = \beta S(t)I(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I(t) - u_2I(t),$$

$$R'(t) = \gamma I(t) - \mu R(t) + u_1S + u_2I(t),$$

$$N'(t) = \nu N(t) - \alpha I(t) - \mu N(t).$$

Dengan kondisi awal,

$$S(0) = S_0 \geq 0, \quad I(0) = I_0 \geq 0, \quad R(0) = R_0 \geq 0, \quad N(0) = N_0.$$

Tujuan utama penelitian ini adalah untuk meminimalkan jumlah individu yang terinfeksi dan untuk mengurangi biaya yang diperlukan untuk menciptakan kesadaran dan pengobatan pada interval waktu yang ditentukan. Untuk pemenuhan tujuan tersebut, naka fungsi tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } J(u_1(t), u_2(t)) = \int_0^T AI(t) + \frac{1}{2}(B_1u_1^2 + B_2u_2^2)dt,$$

dimana B_1 , dan B_2 adalah parameter bobot yang membantu menyeimbangkan biaya yang sesuai pada masing-masing kontrol. Dengan batas-batas kontrol yang ditetapkan sebagai berikut :

$$U = \{(u_1(t), u_2(t)) : 0 \leq u_1(t) \leq 1, \quad 0 \leq u_2(t) \leq 1, \quad t \in [0, T]\}.$$

Dengan fungsi objektif AI mewakili jumlah total individu yang terinfeksi, $B_1 \frac{u_1^2}{2}$ merupakan biaya untuk menciptakan kepedulian masyarakat akan bahaya penularan virus NiV, $B_2 \frac{u_2^2}{2}$ mewakili biaya pengobatan.

Metode Pontryagin Maximum Principle (PMP)

Untuk mendapatkan kondisi yang diperlukan agar pengendalian optimal maka akan digunakan prinsip maximum pontryagin (Pontryagin, 1962). Prinsip ini mengubah sistem dan fungsionalitas menjadi masalah yang meminimalkan sebuah fungsi Hamiltonian H yang berhubungan dengan u_1 dan u_2 . Pada fungsi objektif, nilai A adalah parameter penyeimbang, B_1 dan B_2 parameter bobot menyeimbangkan biaya. Di sini kita bisa melihat dari persamaan model matematika dengan dua kontrol bahwa R hanya muncul pada kelas penyembuhan saja. Jadi, ketika kita membangun sistem optimalitas, kita akan mengabaikan kelas yang dipulihkan. Adapun langkah-langkahnya maximum pontryagin adalah sebagai berikut:

1) Persamaan model dinamik NiV dengan dua strategi kontrol :

- $S'(t) = vN(t) - \beta S(t)I(t) - (\mu + u_1)S(t),$
- $I'(t) = \beta S(t)I(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I(t) - u_2I(t),$
- $R'(t) = \gamma I(t) - \mu R(t) + u_1S(t) + u_2I(t),$
- $N'(t) = vN(t) - \alpha I(t) - \mu N(t).$

2) Membentuk fungsi tujuan.

Sesuai dengan tujuan dari penelitian ini yaitu untuk meminimalkan jumlah individu yang terinfeksi dan untuk mengurangi biaya yang diperlukan untuk menciptakan kesadaran dan pengobatan pada interval waktu yang ditentukan.

Dari permasalahan ini maka fungsi tujuannya sebagai berikut :

$$J(u_1(t), u_2(t)) = \int_0^T AI(t) + \frac{1}{2}(B_1u_1^2 + B_2u_2^2)dt$$

3) Langkah-langkah penyelesaian.

- Membentuk Fungsi Hamiltonian.

$$\begin{aligned} H(S, I, N) &= AI(t) + B_1u_1^2 + B_2u_2^2 + \sum_{i=1}^3 \lambda_i f_i \\ &= AI(t) + B_1u_1^2 + B_2u_2^2 + \lambda_S(vN(t) - \beta S(t)I(t) - (\mu + u_1)S(t)) \\ &\quad + \lambda_I(\beta S(t)I(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I(t) - u_2I(t)) + \lambda_N(vN(t) - \alpha I(t) - \mu N(t)) \end{aligned}$$

Dimana $\lambda_S, \lambda_I, \lambda_N$ adalah adjoin yang terkait untuk masing-masing keadaan S, I, N .

- Memaksimalkan H terhadap kedua kontrol (u_1 , dan u_2).

- Kontrol u_1

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0$$

$$u_1^* = \frac{S\lambda_S}{B_1}$$

- Kontrol u_2

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = 0$$

$$u_2^* = \frac{S\lambda_I}{B_2}$$

Sesuai dengan batas-batas nilai $u = \{(u_1(t), u_2(t)): 0 \leq u_1(t) \leq 1; 0 \leq u_2(t) \leq 1, \epsilon[0, t]\}$

Sehingga batas-batas untuk nilai u_1 dan u_2 dapat ditulis sebagai berikut:

$$u_1^* = \begin{cases} 0 & \text{jika } \frac{S\lambda_S}{B_1} < 0 \\ \frac{S\lambda_S}{B_1} & \text{jika } 0 \leq \frac{S\lambda_S}{B_1} \leq 1 \\ 1 & \text{jika } \frac{S\lambda_S}{B_1} > 1 \end{cases}$$

$$u_2^* = \begin{cases} 0 & \text{jika } \frac{S\lambda_I}{B_2} < 0 \\ \frac{S\lambda_I}{B_2} & \text{jika } 0 \leq \frac{S\lambda_I}{B_2} \leq 1 \\ 1 & \text{jika } \frac{S\lambda_I}{B_2} > 1 \end{cases}$$

Atau secara singkat dapat ditulis :

$$u_1^* = \min \left[1 \max \left[0, \frac{S\lambda_S}{B_1} \right] \right]$$

$$u_2^* = \min \left[1 \max \left[0, \frac{S\lambda_I}{B_2} \right] \right]$$

- Menentukan H^* yang optimal.

$$H^*(S, I, N) = AI(t) + B_1 u_1^2 + B_2 u_2^2 + \sum_{i=1}^3 \lambda_i f_i$$

$$= AI(t) + B_1 u_1^2 + B_2 u_2^2 + \lambda_S \left(vN(t) - \beta S(t)I(t) - \left(\mu + \min \left[1 \max \left[0, \frac{S\lambda_S}{B_1} \right] \right] \right) S(t) \right)$$

$$+ \lambda_I \left(\beta S(t)I(t) - (\gamma + \mu + \alpha)I(t) - \min \left[1 \max \left[0, \frac{S\lambda_I}{B_2} \right] \right] I(t) \right)$$

$$+ \lambda_N (vN(t) - \alpha I(t) - \mu N(t))$$

- Menyelesaikan persamaan *State* dan *Costate* untuk memperoleh sistem yang optimal

- Persamaan *State*:

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_S} = \mu N - \beta SI - \mu S - u_1 S$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_I} = \beta SI - (\gamma + \mu + \alpha)I - u_2 I$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_N} = (v - \mu)N - \alpha I$$

- Persamaan *Costate* :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_S}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right) \\ &= \lambda_S(\mu + u_1 + \beta I) - \lambda_I \beta \\ \frac{\partial \lambda_I}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial I}\right) \\ &= \lambda_S \beta S + \lambda_I(\gamma + \mu + \alpha) - \lambda_I \beta S + \lambda_N \alpha - A \\ \frac{\partial \lambda_N}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial N}\right) \\ &= -(\lambda_S(v) + \lambda_N(v - \mu)) \end{aligned}$$

Hasil dan Pembahasan

Solusi numerik pada sistem optimal diselesaikan dengan menggunakan MATLAB. Dua kontrol yang dipertimbangkan (u_1, u_2) bergantung pada adjoin λ_S, λ_I dan λ_N dari masing-masing variabel keadaan S, I , dan N . Pada makalah ini akan mensimulasikan model tanpa kontrol dan dengan kontrol dan kemudian kita bandingkan hasilnya. Di dalam penelitian mempertimbangkan nilai numerik dari kontrol u_1 dan u_2 diantara nol (0) dan satu (1). Penulis juga memantau keefektifan parameter bobot untuk melihat bagaimana kontrol terkait dengan fungsi bobot. Dalam simulasi ini kita mengasumsikan nilai awal S, I , dan N sebagai proporsi, bukan bilangan bulat keseluruhan.

Deskripsi dan nilai yang digunakan dalam model NiV dapat dilihat pada Tabel.1 dibawah ini.

Tabel 1. Deskripsi dan Nilai Parameter Dalam Model Penyebaran NiV

Variabel	Deskripsi	Nilai
S_0	Susceptible/ Individu yang rentan terkena virus	0,90
I_0	Infected/ Individu yang terinfeksi	0,05
R_0	Recovered/ Tahap Pemulihan	0,05
N_0	Populasi Virus NiV	1
Parameter	Deskripsi	Nilai
v	Rate Kelahiran	0,03
μ	Rate Kematian	0,002
β	Rate Kontak/ Interaksi	0,75
γ	Rate Pemulihan	0,005
α	Tingkat Pemulihan Akibat Penyakit	0,01
A	Parameter Penyeimbang	10
B_1	Parameter Bobot Penyeimbang Biaya 1	1
B_2	Parameter Bobot Penyeimbang Biaya 2	2
T	Batas Waktu Pengamatan Dalam Tahun	6

Rungge Kutta 4 - *Forward* :

Menentukan Nilai K_1 :

$$\begin{aligned} K_{1,S} &= f(t_i, S_i, u_t) \\ &= vN_0 - \beta S_i I_i - (\mu + u_1) S_i \\ K_{1,I} &= f(t_i, I_i, u_t) \\ &= \beta S_i I_i - (\gamma + \mu + \alpha) I_i - u_2 I_i \end{aligned}$$

$$K_{1,N} = f(t_i, N_i, u_t) \\ = \nu N_0 - \alpha I_i - \mu N_0$$

Menentukan Nilai K2 :

$$K_{2,S} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + \frac{h}{2}K_{1,S}, \frac{1}{2}(u_1 + u_2)\right) \\ = \nu N_0 - \beta(S_{(i)} + h2K_{1,S})(I_{(i)} + h2K_{1,I}) - \left(\mu + (0,5(u_{1(i)} + u_{1(i+1)}))\right)(S_{(i)} + h2K_{1,S})$$

$$K_{2,I} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, I_i + \frac{h}{2}K_{1,I}, \frac{1}{2}(u_1 + u_2)\right) \\ = \beta(S_{(i)} + h2K_{1,S})(I_{(i)} + h2K_{1,I}) - (\gamma + \mu + \alpha)(I_{(i)} + h2K_{1,I}) - (0,5(u_{2(i)} + u_{2(i+1)}))(I_{(i)} + h2K_{1,I}) \\ - \mu N_0$$

Menentukan Nilai K3 :

$$K_{3,S} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + \frac{h}{2}K_{2,S}, \frac{1}{2}(u_1, u_2)\right) \\ = \beta(S_{(i)} + h2K_{2,S})(I_{(i)} + h2K_{2,I}) - (\gamma + \mu + \alpha)(I_{(i)} + h2K_{2,I}) \\ - (0,5(u_{2(i)} + u_{2(i+1)}))(I_{(i)} + h2K_{2,I})$$

$$K_{2,I} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, I_0 + \frac{h}{2}K_{2,N}, \frac{1}{2}(u_1 + u_2)\right) \\ = \beta(S_{(i)} + h2K_{2,S})(I_{(i)} + h2K_{2,I}) - (\gamma + \mu + \alpha)(I_{(i)} + h2K_{2,I}) \\ - (0,5(u_{2(i)} + u_{2(i+1)}))(I_{(i)} + h2K_{2,I})$$

$$K_{3,N} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, N_0 + \frac{h}{2}K_{2,N}, \frac{1}{2}(u_1 + u_2)\right) = \nu N_0 - \alpha(I_{(i)} + h2K_{(2,I)}) - \mu N_0$$

Menentukan Nilai K4 :

$$K_{4,S} = f(t_i + h, S_i + hK_{3,S}, u_2) = \nu N_0 - \beta(S_{(i)} + hK_{3,S})(I_{(i)} + hK_{3,I}) - (\mu + u_{(i+1)})(S_{(i)} + hK_{3,S})$$

$$K_{4,I} = f(t_i + h, I_i + hK_{3,I}, u_2) \\ = \beta(S_{(i)} + hK_{3,S})(I_{(i)} + hK_{3,I}) - (\gamma + \mu + \alpha)(I_{(i)} + hK_{3,I}) - u_{2(i+1)}(I_{(i)} + hK_{3,I})$$

$$K_{4,N} = f(t_i + h, N_i + hK_{3,N}, u_2) = \nu N_0 - \alpha(I_{(i)} + hK_{(3,I)}) - \mu N_0$$

Total :

$$S_{n+1} = S_n + \frac{h}{6}(K_{1,S} + 2K_{2,S} + 2K_{3,S} + K_{4,S})$$

$$I_{n+1} = I_n + \frac{h}{6}(K_{1,I} + 2K_{2,I} + 2K_{3,I} + K_{4,I})$$

$$N_{n+1} = N_n + \frac{h}{6} (K_{1,N} + 2K_{2,N} + 2K_{3,N} + K_{4,N})$$

Rungge Kutta 4 - *Backward* :

$$j = N + 1 - i$$

Menentukan Nilai K1:

$$K_{1,S} = f(t_j, \lambda_j, S_j, u_j)$$

$$si11 = \lambda * (\mu + u_1(j) + \beta * Si2(j) - \lambda * Si2(j) * \beta * Si2(j))$$

$$K_{1,I} = f(t_j, \lambda_j, K_j, u_j)$$

$$si21 = \lambda + \beta + Si1(j) + \lambda + (\gamma + \mu + \alpha) - \lambda * \beta + Si1(j) + \lambda * \alpha * A1;$$

$$K_{1,N} = f(t_j, \lambda_j, N_j, u_j)$$

$$si31 = -(\lambda * (v) + \lambda * (v - \mu))$$

Menentukan Nilai K2:

$$K_{2,S} = f(t_j, \lambda_j, S_j, u_j)$$

$$si12 = \lambda * \left(\mu + \left(0,5 * (u_1(j) + u_1(j - 1)) \right) \right) + \beta * (Si2(j) - h2 * si12) - \lambda * (Si2(j) - h2 * Si21) + \beta * (Si2(j) - h2 * si21)$$

$$K_{2,I} = f(t_j, \lambda_j, K_j, u_j)$$

$$si22 = \lambda + \beta + (Si1(j) - h2 * si11) + \lambda + (\gamma + \mu + \alpha) - \lambda * \beta (Si1(j) - h2 * si11) + \lambda * \alpha - A1$$

$$K_{2,N} = f(t_j, \lambda_j, N_j, u_j)$$

$$si32 = -(\lambda * (v) + \lambda * (v + \mu))$$

Menentukan Nilai K3:

$$K_{3,S} = f(t_j, \lambda_j, S_j, u_j)$$

$$si13 = \lambda * \left(\mu + \left(0,5 * (u_1(j) + u_1(j - 1)) \right) \right) + \beta * (Si2(j) - h2 * si22) - \lambda * (Si2(j) - h2 * Si22) + \beta * (Si2(j) - h2 * si22)$$

$$K_{3,I} = f(t_j, \lambda_j, K_j, u_j)$$

$$si23 = \lambda + \beta + (Si1(j) - h2 * si12) + \lambda + (\gamma + \mu + \alpha) - \lambda * \beta (Si1(j) - h2 * si12) + \lambda * \alpha - A1$$

$$K_{3,N} = f(t_j, \lambda_j, N_j, u_j)$$

$$si33 = -(\lambda * (v) + \lambda * (v + \mu))$$

Menentukan Nilai K4:

$$K_{4,S} = f(t_j, \lambda_j, S_j, u_j)$$

$$si14 = \lambda * (\mu + u_1(j - 1)) + \beta * (Si2(j) - h * si23) - \lambda * (Si2(j) - h * Si23) + \beta * (Si2(j) - h * si23)$$

$$K_{4,I} = f(t_j, \lambda_j, K_j, u_j)$$

$$si24 = \lambda + \beta + (Si1(j) - h * si12) + \lambda + (\gamma + \mu + \alpha) - \lambda * \beta(Si1(j) - h * si13) + \lambda * \alpha - A1$$

$$K_{4,N} = f(t_j, \lambda_j, N_j, u_j)$$

$$si34 = -(\lambda * (v) + \lambda * (v + \mu))$$

Total *Backward*:

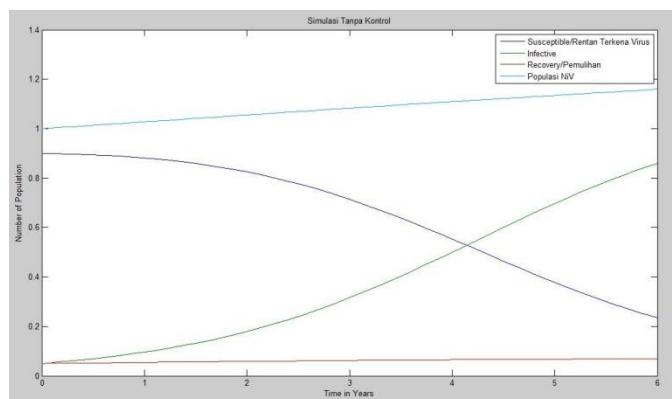
$$Si1(j - 1) = Si1(j) - \left(\frac{h}{6}\right) * (si11 + 2 * si12 + 2 * si13 + si14)$$

$$Si2(j - 1) = Si2(j) - \left(\frac{h}{6}\right) * (si21 + 2 * si22 + 2 * si23 + si24)$$

$$Si3(j - 1) = Si3(j) - \left(\frac{h}{6}\right) * (si31 + 2 * si32 + 2 * si33 + si34)$$

Simulasi Numerik

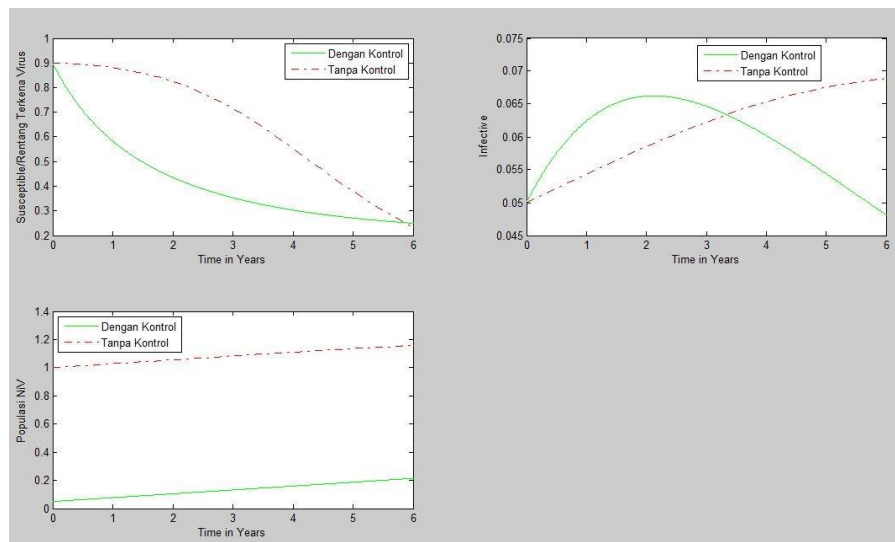
Seperti yang telah di informasikan sebelumnya pada bagian Hasil Numerik bahwa untuk simulasi kontrol optimal kali ini menggunakan Matlab. Pada simulasi numerik untuk optimal kontrol menggunakan Runge Kutta 4 (*Forward* dan *Backward*). Untuk nilai-nilai parameter yang digunakan kita peroleh dari Chong, H.T., dan beberapa kita peroleh dari permasalahan. Berdasarkan *running* pada *Matlab* diperoleh hasil simulasi yang ditunjukkan seperti pada gambar berikut :



Gambar 1. Grafik Tanpa Kontrol

Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa perubahan laju perubahan *S, I, R*, dan *N* dalam kurun waktu tertentu mengalami perubahan. Gambar 1. merupakan gambar grafik laju perubahan *S, I, R*, dan *N* sebelum adanya kontrol dari rentan waktu 0 sampai 6 tahun.

Adapun untuk gambar grafik dengan menggunakan kontrol u_1 dan u_2 terlihat pada Gambar 2. dibawah ini. Disini kontrol $u_1(t)$ mengukur upaya yang dibutuhkan untuk meningkatkan kesadaran yang menghasilkan pengurangan tingkat transmisi β dan kontrol pengobatan $u_2(t)$ mengukur upaya yang diperlukan untuk memberikan perawatan kesehatan bagi orang yang terinfeksi un-tuk mengurangi orang yang terinfeksi.

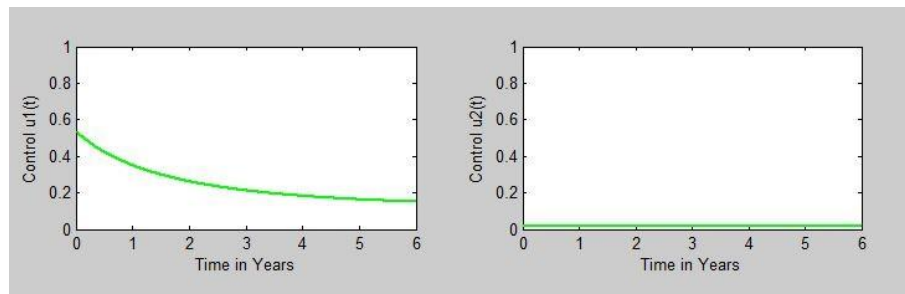


Gambar 2. Grafik Dengan Kontrol

Berdasarkan Gambar 2. diatas terlihat perubahan dilihat dari segi laju perubahan laju individu yang rentan terkena virus (S), laju perubahan individu yang terinfeksi virus (I), dan laju perubahan individu virus NiV (N) tanpa kontrol maupun dengan kontrol. Pada Gambar (a) menunjukkan laju perubahan individu yang rentan terkena virus (R). Sebelum diberikan kontrol/ tanpa kontrol terlihat jumlah individu R cukup tinggi walaupun terlihat dari tahun ke-3 sampai ke-6 mengalami penurunan jumlah individu R . Dengan adanya kontrol u_1 dan u_2 pada individu R mengakibatkan adanya penurunan jumlah individu yang rentan terkena virus. Penurunan tersebut secara keseluruhan terlihat sangat signifikan mulai dari tahun ke-0 sampai tahun ke-6.

Sedangkan untuk Gambar (b) menunjukkan laju perubahan individu yang terinfeksi virus NiV(I). Sebelum diberikan kontrol u_1 dan u_2 terlihat terjadi peningkatan jumlah individu setiap tahunnya. Namun setelah diberi kontrol u_1 dan u_2 pada individu terlihat adanya perubahan yang terjadi yakni mulai dari tahun ke-0 sampai tahun ke-2 terjadi peningkatan jumlah individu I . Namun dari tahun ke-2 berjalan sampai tahun ke-6 terjadi penurunan individu yang terinfeksi virus. Hal tersebut menunjukkan peningkatan kesadaran masyarakat terkait pencegahan virus dan terjadinya peningkatan jumlah pemberian pengobatan bagi masyarakat yang terinfeksi sehingga mengakibatkan jumlah individu yang terinfeksi (I) terus berkurang.

Gambar (c) menunjukkan laju perubahan populasi virus NiV (N). Dari gambar tersebut terlihat peningkatan perubahan yang sangat signifikan disetiap tahunnya. Sebelum adanya kontrol, populasi N sangat tinggi hingga mencapai angka > 1 . Namun setelah diberi kontrol terjadi penurunan yang sangat signifikan terhadap jumlah populasi virus NiV dari tahun ke tahun yang jumlahnya < 0.3 selama 6 tahun pengamatan.



Gambar 3. Grafik Kontrol u_1 dan u_2

Gambar 3. diatas menunjukkan jumlah kontrol u_1 dan u_2 yang digunakan dari tahun ke-0 sampai tahun ke-6. Dari grafik tersebut terlihat bahwa jumlah kontrol u_1 dan u_2 dari tahun ketahun mengalami penurunan. Hal ini berarti sangat penting menggunakan kontrol u_1 dan u_2 pada awal-awal tahun agar individu yang terinfeksi dan individu yang berada dalam tahap pemulihan menurun drastis ditahun berikutnya sampai ditahun akhir pengamatan.

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diatas, kita dapat menyimpulkan bahwa dengan adanya kontrol u_1 (kesadaran terhadap bahaya virus NiV) dan kontrol u_2 (pengobatan) secara garis besar dapat menurunkan jumlah individu yang rentan terkena virus, yang terinfeksi virus dan dapat menurunkan jumlah virus NiV pada suatu populasi.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terimakasih kepada pihak-pihak yang membantu dalam memberikan dukungan dan semangat sehingga jurnal penelitian ini dapat terselesaikan dengan baik.

Referensi

Chong, H.T., Hossain, M.J. and Tan, C.T. (2008). *Differences in Epidemiologic and Clinical Features of Nipah Virus Encephalitis between the Malaysian and Bangladesh Outbreaks*. Neurology Asia, 13, 23-26.

Dwi Annisa. (2022). "Penyakit Virus Nipah", diakses di: [Infeksi Emerging Kementerian Kesehatan RI \(kemkes.go.id\)](https://infeksiemerging.kemkes.go.id)

Eihab B.M. Bashier, dan Kailash C. Patidar. (2017). *Optimal control of an epidemiological model with multiple time delays*, Applied Mathematics and Computation 292 (2017) 47–56, Contents lists available at ScienceDirect.

Indrawati Sendow dan R.M. Abdul Adjid. (2005). *Penyakit Nipah dan Situasinya Di Indonesia*, Balai Penelitian Veteriner, Bogor, WARTAZOA Vol. 15 No. 2

National Guideline for Management. (2011). *Prevention and Control of Nipah Virus Infection including Encephalitis*, Directorate General of Health Services. Ministry of Health and Family Welfare, Government of the PeoplesRepublic of Bangladesh.

Nur Ilmayasita., Annisa & Erra. (2022). *Model Matematika Penyebaran Virus Nipah (NiV) Dengan Kontrol Optimal Menggunakan Metode Pontryagin Maximum Principle (PMP)*. Vol 14 No 1. Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika

Pontryagin, L.S., Boltyanskii, V.G., Gamkrelize, R.V. and Mishchenko,E.F. (1962). *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. New York, Wiley.

Subiono. (2013). *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*. Version 2.2.1, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Wang, L .F et all. (2000). *The Exceptionally Large Genome Of Hendra virus : Support for creation of a new genus within the family Paramyxoviridae*. J. Virology 74(21) : 9972-9979.

World Health Organization. (2008). *WHO Report, Asia-Pacific Region Nipah Virus Infections*.